

## 非正交多址中继系统复数域网络编码优化设计

蔡曦, 范平志, 陈庆春

(西南交通大学 信息编码与传输省重点实验室, 四川 成都 610031)

**摘要:** 无线中继与网络编码是提高通信系统数据可靠性和吞吐率的重要手段, 重点研究了单中继非正交多址系统复数域网络编码的优化设计问题。首先, 在限制源节点和中继节点的总发送功率并假设各个源节点发送功率相同的条件下, 证明了当源节点与中继节点发送功率相等时基于复数域网络编码的单中继非正交多址系统误符号率 (SEP) 性能最佳。其次, 以编码增益为目标函数, 提出了一种复数域网络编码的优化设计方法。与已有的复数域网络编码系数设计方法相比, 此方法能满足任意源节点个数条件下复数域网络编码系数的优化设计要求, 同时可以有效地避免因为网络编码系数选择不当造成信号重叠的现象, 提升和改进系统的 SEP 性能。

**关键词:** 非正交多址中继网络; 复数域网络编码; 最优功率分配; 最优编码系数

中图分类号: TN925

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)11-0067-07

## Optimized design of complex field network coding scheme in non-orthogonal multiple access relay system

CAI Xi, FAN Ping-zhi, CHEN Qing-chun

(Key Lab of Information Coding & Transmission, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** Wireless relay and network coding are two fundamental techniques to enhance the throughput of wireless communication system. The optimized design of complex field network coding scheme in non-orthogonal multiple access single relay system was addressed. Firstly, given the total transmitting power at all source nodes (equal transmitting power at every source node was assumed) and the relay node, the system might achieve the minimal symbol error probability (SEP) when the total transmitting power were equally allocated to all source nodes and relay node. Secondly, the choice of the complex field network coding coefficients plays an important role in the achieved SEP for the non-orthogonal multiple access single relay system was disclosed, and the optimized coding coefficient design in terms of the maximal coding gain were presented for arbitrary number of source nodes. It was shown that, the similarity of network coded signal of multiple source signals could be effectively avoided by using the optimized coding coefficient, which accounted for the realized performance improvement in the non-orthogonal multiple access single relay system.

**Key words:** non-orthogonal multiple access relay; complex field network coding; optimal power allocation; optimal coding coefficient

收稿日期: 2012-03-30; 修回日期: 2012-10-10

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)基金资助项目(2012CB316100); 国家自然科学基金资助项目(61032002, 60872013)

**Foundation Items:** The National Basic Research Program of China(973 Program)(2012CB316100); The National Natural Science Foundation of China (61032002,60872013)

### 1 引言

多址中继信道(MARC, multiple access relay channel)是指 2 个或 2 个以上的源节点在一个或多个中继节点的帮助下与目的节点通信的协作网络<sup>[1]</sup>。根据源节点的信息传输, MARC 系统可以分为正交 MARC 和非正交 MARC。正交 MARC 是指不同的源节点采用正交复用(频分、时分、码分等)的方法向中继和目的节点传输信息;非正交 MARC 是指不同的源节点在同一时刻向中继和目的节点传输信息。与正交复用相比,非正交传输方式能实现更高的系统吞吐率,但增加了接收节点的检测复杂度。

网络编码应用于 MARC 系统时,中继节点采用网络编码技术将多个源节点的信息一起转发到目的节点,进一步提高了系统的吞吐率。近年来,网络编码技术在正交 MARC<sup>[2~4]</sup>和非正交 MARC<sup>[5~7]</sup>中的应用研究引起了人们的广泛重视。A Hatefi 针对 2 个源节点非正交 MARC 系统采用异或算法实现网络编码,研究了联合物理层网络编码的信道编码方法<sup>[5]</sup>。对于用户数大于 2 的多用户中继网络来说,如果中继节点采用异或操作实现网络编码,则该系统不能达到满集<sup>[8]</sup>。R Youssef 研究了联合网络编码和信道编码在多源节点单中继非正交 MARC 系统下的应用方案<sup>[6]</sup>,采用类似 IDMA (interleave-division multiple access)译码器恢复非正交的源节点信息;T Wang 研究了多源多中继非正交 MARC 的物理层复数域网络编码(CFNC, complex field network coding)<sup>[7]</sup>,发送节点通过采用不同的复数域网络编码系数在信号星座图上区分不同的发送信号,接收节点利用最大似然检测算法恢复所有源节点信号。针对多中继并行 CFNC 方案,王静等提出了一种改进传输时延以及降低目的节点检测复杂度的有效方法<sup>[9]</sup>。CFNC 无疑为多址中继系统提供了一类行之有效的物理层网络编码方案,但应该指出的是,目前围绕非正交 MARC 系统 CFNC 方案不同用户的编码参数和功率分配优化设计的相关研究还不多。

本文针对中继译码正确的非正交 MARC 系统,准确地推导了系统的 SEP 性能上界、分集度和编码增益;通过在编码增益表达式中引入源端和中继端的最小欧氏距离,分析了源节点个数、调制方式、复数域网络编码系数和功率分配因子的不同选择

对 SEP 性能的影响;在保证系统满集的前提下,通过优化源节点与中继节点间的功率分配及复数域网络编码系数提高了系统的 SEP 性能。理论分析和实验仿真结果表明,在限制源节点和中继节点的总发送功率且各个源节点发送功率相同的条件下,当多个源节点和中继节点间均分发送功率时,系统的 SEP 性能最优;此外,以编码增益为目标函数,本文给出了复数域网络编码的优化设计方法。本文所提出的复数域网络编码优化设计方法能够满足任意源节点个数条件下复数域网络编码系数的设计要求,有效地避免了网络编码后信号重叠的现象,改善了系统的 SEP 性能。

本文后续分析中采用以下符号定义: $\|x\|_2$  表示变量  $x$  的二范数,  $E[x]$  表示随机变量  $x$  的均值,  $\text{Pr}(x)$  表示随机变量  $x$  的概率分布函数。 $\text{diag}(x)$  表示由向量  $x$  产生的对角矩阵,  $\det(X)$  是矩阵  $X$  的行列式,  $(\cdot)^*$  表示矩阵的共轭,  $(\cdot)^T$  表示矩阵的转置,  $(\cdot)^H$  表示矩阵的共轭转置,  $I_N$  表示阶数为  $N$  的单位阵。 $CN(m, s^2)$  是指均值为  $m$ , 方差为  $s^2$  的循环对称复高斯分布函数。

### 2 单中继非正交 MARC 系统 CFNC 模型及性能分析

#### 2.1 单中继非正交 MARC 系统模型

非正交 MARC 系统模型如图 1 所示,该系统由  $N$  个源节点  $\{S_n, n \in \{1, 2, \dots, N\}\}$ 、一个中继节点  $R$  和一个目的节点  $D$  组成。假设系统的各节点配备单天线,接收端有完美的信道状态信息 CSI,工作模式为半双工,即各节点不能同时发送和接收信号。多接入阶段,  $N$  个源节点同步发送信息,中继节点和目的节点接收;中继阶段,中继节点将所有的源信息经过网络编码后发送到目的节点。

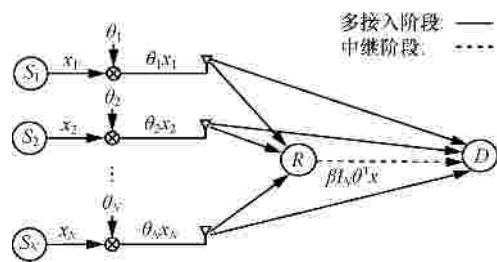


图 1 单中继非正交 MARC 系统模型

如图 1 所示,多接入阶段的发送信息为  $x$ , 其中,  $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$  是  $N$  个源节点的信息矩阵,

$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}[q_1, q_2, \dots, q_N]$  是  $N$  个源节点网络编码系数组成的对角矩阵。发送符号  $x_n \in C_n$  的平均功率为 1,  $C_n$  是第  $n$  个源节点的调制星座集合,  $|C_n|$  为第  $n$  个源节点调制星座点的个数。假设 2 个阶段的总发送功率为  $P$ ,  $N$  个源节点总的平均发送功率为  $aP$ , 中继节点的平均发送功率为  $(1-a)P$ , 功率分配因子为  $a$  ( $0 < a < 1$ )。假设每个源节点的平均发送功率相同, 若  $N$  个源节点同时发送信息, 则多接入阶段后, 节点  $Q$  的接收信息为

$$y_Q^{(1)} = \sqrt{\frac{aP}{N}} \mathbf{h}_{s_Q} \mathbf{x} + n_Q^{(1)} \quad (1)$$

其中,  $N$  个源节点到节点  $Q$  ( $Q \in \{R, D\}$ ) 的信道系数矩阵为  $\mathbf{h}_{s_Q} = [h_{s_1Q}, h_{s_2Q}, \dots, h_{s_NQ}]$ , 假设准静态衰落信道且  $h_{s_nQ} \sim CN(0, s_{s_nQ}^2)$ ,  $n_Q^{(1)} \sim CN(0, N_0)$  是节点  $Q$  在多接入阶段的加性高斯噪声。

为了简化网络编码系数和功率分配方案的优化分析, 本文假设中继节点不存在错误译码, 此时中继节点将源节点信息进行网络编码后发送到目的节点。本文的方法可以很容易推广到中继节点对源节点信息部分检测出错的一般情况。在中继阶段, 目的节点对应的接收信号为

$$y_D^{(2)} = \sqrt{(1-a)P} h_{rD} b \mathbf{l}_N \mathbf{x} + n_D^{(2)} \quad (2)$$

其中,  $b$  是中继节点处的平均发送功率归一化系数, 有  $E[\|b \mathbf{l}_N \mathbf{x}\|_2^2] = 1$ ,  $h_{rD} \sim CN(0, s_{rD}^2)$  代表中继节点到目的节点的衰落系数,  $n_D^{(2)} \sim CN(0, N_0)$  是目的节点在中继阶段的加性高斯噪声。

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbb{B} | \mathbf{h}_{sD}, h_{rD}) = \Pr\left(\left\|y_D^{(1)} - \sqrt{\frac{aP}{N}} \mathbf{h}_{sD} \mathbf{x}\right\|_2^2 + \left\|y_D^{(2)} - \sqrt{(1-a)P} h_{rD} b \mathbf{l}_N \mathbf{x}\right\|_2^2 > \left\|y_D^{(1)} - \sqrt{\frac{aP}{N}} \mathbf{h}_{sD} \mathbb{B}\right\|_2^2 + \left\|y_D^{(2)} - \sqrt{(1-a)P} h_{rD} b \mathbf{l}_N \mathbb{B}\right\|_2^2\right) \quad (6)$$

将式(1)和式(2)代入式(6), 并根据文献[11], 有

$$\begin{aligned} E_{\mathbf{h}_{sD}, h_{rD}} [\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbb{B} | \mathbf{h}_{sD}, h_{rD})] &= E_{\mathbf{h}_{sD}, h_{rD}} \left[ Q \left( \sqrt{\frac{P}{2N_0} \left( \frac{a \|\mathbf{h}_{sD} \mathbf{x} - \mathbb{B}\|_2^2}{N} + (1-a)b^2 \|h_{rD} \mathbf{l}_N \mathbf{x} - \mathbb{B}\|_2^2 \right)} \right) \right] \\ &= \frac{1}{P} \int_0^{\frac{P}{2}} E_{\mathbf{h}_{sD}} \left[ \exp\left(-\frac{a \mathbf{h}_{sD} \mathbf{v} \mathbf{v}^H \mathbf{h}_{sD}^H}{4N \sin f} \cdot \bar{g}\right) \right] \cdot E_{h_{rD}} \left[ \exp\left(-\frac{(1-a)b^2 \|\mathbf{l}_N \mathbf{x} - \mathbb{B}\|_2^2 h_{rD} h_{rD}^*}{4 \sin f} \cdot \bar{g}\right) \right] df \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $\bar{g} = P/N_0$ ,  $\mathbf{v} = \mathbf{x} - \mathbb{B}$ 。如果一个循环复高斯分布的随机列向量  $\mathbf{z} \sim CN(0, \mathbf{\Sigma})$ , 则对于埃米特矩阵  $\mathbf{A}$  有<sup>[12]</sup>

$$E[\exp(-\mathbf{z}^H \mathbf{A} \mathbf{z})] = \frac{1}{\det(\mathbf{I} + \mathbf{\Sigma} \mathbf{A})} \quad (8)$$

目的节点根据 2 个时隙收到的信息  $y_D^{(1)}$  和  $y_D^{(2)}$ , 采用最大似然检测算法恢复出  $N$  个源节点信息

$$\hat{\mathbf{x}}_D = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbf{A}_x} \left\{ \left\| y_D^{(1)} - \sqrt{\frac{aP}{N}} \mathbf{h}_{sD} \mathbf{x} \right\|_2^2 + \left\| y_D^{(2)} - \sqrt{(1-a)P} h_{rD} b \mathbf{l}_N \mathbf{x} \right\|_2^2 \right\} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{A}_x = \{[x_1, x_2, \dots, x_N] | x_n \in C_n\}$ , 显然  $|\mathbf{A}_x| = \prod_{n=1}^N |C_n|$ 。

## 2.2 单中继非正交 MARC 系统 CFNC 性能分析

针对非正交 MARC 系统, 本节分析了中继节点不存在译码错误时, 单中继 CFNC 的误符号概率 (SEP, symbol error probability) 性能。SEP 是指目的节点还原出任一源节点符号出错的概率, 其性能上界可表示为

$$P_e = \sum_{\mathbf{x} \in \mathbf{A}_x} \Pr(\mathbf{x}) \sum_{\forall \mathbb{B} \in \mathbf{A}_x, \mathbb{B} \neq \mathbf{x}} E_{\mathbf{h}_{sD}, h_{rD}} [\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbb{B} | \mathbf{h}_{sD}, h_{rD})] \quad (4)$$

其中,  $E_{\mathbf{h}_{sD}, h_{rD}} [\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbb{B} | \mathbf{h}_{sD}, h_{rD})]$  表示基于信道参数  $\mathbf{h}_{sD}$  和  $h_{rD}$  条件下, 发送信息  $\mathbf{x}$  而接收节点译为信息  $\mathbb{B}$  的成对错误概率 (PEP, pairwise error probability)。  $\Pr(\mathbf{x})$  表示发送信息  $\mathbf{x}$  的概率, 如果假设每种信号  $\mathbf{x}$  的发送概率相同, 则上式可以简化为

$$P_e = \frac{1}{|\mathbf{A}_x|} \sum_{\forall \mathbf{x}, \mathbb{B} \in \mathbf{A}_x, \mathbb{B} \neq \mathbf{x}} E_{\mathbf{h}_{sD}, h_{rD}} [\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbb{B} | \mathbf{h}_{sD}, h_{rD})] \quad (5)$$

根据式(3)可知检测的错误概率为

如果  $c$  和  $d$  是  $n \times 1$  的列向量, 有

$$\det(\mathbf{I}_N + \mathbf{c}\mathbf{d}^H) = 1 + \mathbf{d}^H \mathbf{c} \quad (9)$$

因为  $\mathbf{h}_{SD} \sim CN(0, \mathbf{B})$ ,  $\mathbf{B} = \text{diag}[s_{S_1D}^2, s_{S_2D}^2, \dots, s_{S_N D}^2]$ , 根据式(8)和式(9)有

$$\begin{aligned} & E_{\mathbf{h}_{SD}, \mathbf{h}_{RD}} [\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \mathbb{B} | \mathbf{h}_{SD}, \mathbf{h}_{RD})] \\ &= \frac{3N}{a(1-a)b^2 s_{RD}^2 \left( \sum_{n=1}^N s_{S_n D}^2 \|q_n(x_n - \mathbb{B}_n)\|_2^2 \right) \cdot \|\mathbf{I}_N \mathbf{x} - \mathbb{B}\|_2^2} \cdot \bar{g} \end{aligned} \quad (10)$$

为了简化分析, 假设  $N$  个源节点到目的节点链路的衰落系数服从同一分布, 即  $s_{S_n D}^2 = s_{SD}^2, \forall n$ 。将上式代入式(5)可得单中继非正交 MARC 系统的 CFNC 在高信噪比条件下的 SEP 性能上界为

$$P_e \approx \min \left\{ (G_c \bar{g})^{-2} \right\} \quad (11)$$

因此中继节点译码正确时, 单中继非正交 MARC 系统 CFNC 能达到满分集, 分集度为 2。系统的编码增益为

$$G_c = \left( \frac{3N}{a(1-a)b^2 s_{RD}^2 s_{SD}^2 |A_x|} \sum_{\forall x, \mathbb{B} \in A_x, \mathbb{B} \neq x} \frac{1}{\sum_{n=1}^N \|q_n(x_n - \mathbb{B}_n)\|_2^2 \cdot \|\mathbf{I}_N \mathbf{x} - \mathbb{B}\|_2^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

文献[7]只分析了单中继 MARC 系统 CFNC 方案的分集度, 而本文分析得到了系统的编码增益表达式。该编码增益表达式直接决定了相同系统下的不同参数的 SEP 性能, 这一结果将在第 3 节给予讨论。

### 3 系统参数对系统性能的影响及最优参数设计准则

本节着重分析了系统参数对系统性能的影响, 并给出了最优功率分配方案和最优复数域网络编码系数的设计准则, 根据第 2 节的分析可知, 源节点个数  $N$ 、调制方式  $A_x$ 、复数域网络编码系数  $\rho$  和功率分配因子  $a$  的不同选择都会影响系统的误符号率性能。为了方便分析, 用最小欧氏距离简化式(12)得到一个新的系统编码增益上界, 并据此理论上界分析系统的 SEP 性能。

#### 3.1 源节点个数和调制方式对系统性能的影响

定义复数域网络编码后第  $n$  个源节点星座图的最小欧氏距离为  $d_{\min}^{(n)} = \min_{\forall x_n, \mathbb{B}_n \in C_n, x_n \neq \mathbb{B}_n} \|q_n(x_n - \mathbb{B}_n)\|_2$ , 因此,  $N$  个源节点信号星座图的最小欧氏距离定义为  $d_{\min}^{D_1} = \min_n d_{\min}^{(n)}$ 。类似地, 定义中继节点复数域网络编码后星座图的最小欧氏距离为  $d_{\min}^{D_2} = \min_{\forall x, \mathbb{B} \in A_x, \mathbb{B} \neq x} \|\mathbf{I}_N \mathbf{x} - \mathbb{B}\|_2$ 。由最小欧氏距离的约束关系有

$$\sum_{n=1}^N \|q_n(x_n - \mathbb{B}_n)\|_2^2 \geq (d_{\min}^{D_1})^2, \|\mathbf{I}_N \mathbf{x} - \mathbb{B}\|_2^2 \geq (d_{\min}^{D_2})^2 \quad (13)$$

将式(13)代入式(12)可得系统的编码增益上界

$$G_c \leq \sqrt{\frac{a(1-a)}{3N(|A_x|-1)}} b d_{\min}^{D_1} d_{\min}^{D_2} \quad (14)$$

由式(14)可知, 当系统分集度为 2 时, 给定信噪比  $\bar{g}$ 、信道参数  $s_{RD}^2$  和  $s_{SD}^2$  条件下, 系统的 SEP 性能由系统的编码增益决定。影响单中继非正交 MARC 系统 CFNC 编码增益的因素有 4 个, 分别是  $a$ 、 $|A_x|$ 、 $d_{\min}^{D_1}$  和  $d_{\min}^{D_2}$ 。由定义可知,  $a$  的取值取决于源节点和中继节点的功率分配方案;  $|A_x|$  的取值大小由源节点个数和源节点的调制星座大小决定;  $d_{\min}^{D_1}$  由各个源节点采用的调制方式决定;  $d_{\min}^{D_2}$  由中继节点的复数域网络编码系数和采用的调制方式共同决定。表 1 通过一些例子来说明源节点个数和调制方式对系统产生的影响, 这里的复数域网络编码系数采用文献[7]的设计方法。从表 1 可以看出: 相同调制方式条件下, 随着源节点个数的增加,  $|A_x|$  的值增大,  $d_{\min}^{D_1}$  的值减小, 由式(14)可以得出, 系统的编码增益随之减小, 系统 SEP 性能变差; 相同源节点个数条件下, 随着调制阶数的增加,  $|A_x|$  的值增大,  $d_{\min}^{D_1}$  和  $d_{\min}^{D_2}$  的值减小, 式(14)的编码增益随之减小, 系统 SEP 性能也变差。假设每个源节点的调制方式相同, 即  $|C_n| = 2^q, \forall n$ , 则每个源节点的比特能量为  $E_b^S = aPT/Nq$ , 中继节点的比特能量为  $E_b^R = (1-a)PT/Nq$ , 其中,  $T$  代表一个符号的持续时间,  $q$  表示比特个数。

#### 3.2 功率分配因子对系统性能的影响及最优功率分配方案

由式(14)可以看出, 如果表达式  $a(1-a)$  的值增大, 系统的编码增益增大, 则系统的 SEP 性能提

表 1 不同源节点个数和不同调制方式的因子大小

情况	源节点个数	调制方式	$ A_s $	$d_{\min}^{D_1}$	$d_{\min}^{D_2}$ [7]
1	2	BPSK	4	$2\sqrt{E_b^S}$	$\sqrt{2.3432E_b^R}$
2	3	BPSK	8	$2\sqrt{E_b^S}$	$\sqrt{1.0718E_b^R}$
3	4	BPSK	16	$2\sqrt{E_b^S}$	$\sqrt{0.2202E_b^R}$
5	2	QPSK	16	$2\sqrt{E_b^S}$	$\sqrt{0.6863E_b^R}$
6	3	QPSK	256	$2\sqrt{E_b^S}$	近似为 0
7	4	QPSK	4096	$2\sqrt{E_b^S}$	$\sqrt{0.0272E_b^R}$
8	2	16QAM	256	$2\sqrt{E_b^S}$	$\sqrt{0.0417E_b^R}$

高，因此对最优功率分配来说，目标函数  $G_c$  值最大就等价于  $a(1-a)$  最大，则最优功率分配算法为

$$\max_a G_c, \text{ s.t. } 0 < a < 1 \quad (15)$$

上式的最佳解为  $a = 0.5$ ，该最优解的计算与系统的衰落系数、源节点的个数、调制方式和复数域网络编码系数均无关，即当 2 个阶段的发送功率相等时，单中继非正交 MARC 系统 CFNC 的 SEP 最小。

### 3.3 复数域网络编码系数对系统的影响及复数域网络编码系数设计准则

根据式(13)的定义可知， $d_{\min}^{D_2}$  的大小则由源节点个数、源节点调制方式和复数域网络编码系数共同决定，如果源节点个数和调制方式都相同，那么根据式(14)知优化  $d_{\min}^{D_2}$  的值可以增加系统的编码增益，从而提高系统 SEP 的性能。为了不改变源节点发送信息的能量，考虑所有复数域网络编码系数的模为 1，因此有如下的优化问题。

$$\max d_{\min}^{D_2}, \text{ s.t. } \|g_n\| = 1, \forall n \quad (16)$$

上述优化问题是一个非线性规划问题。对于不同源节点个数和调制方式下的复数域网络编码系数，通过计算机搜索本文获得了部分复数域网络编码系数，如表 2 所示。这里采用的是穷举法，本文设置步长为  $P=360$ ，具体算法如图 2 所示。与表 1 相比，本文得到的复数域网络编码系数使得  $d_{\min}^{D_2}$  的值更大，系统的 SEP 性能更优。文献[7]没有给出所有源节点个数的复数域网络编码系数（例如  $N=5$ ），采用本文的搜索方法理论上可以得到所有源节点个数和所有调制方式下的复数域网络编码系数。表 1 中  $N=3$ ，QPSK 调制方式时， $d_{\min}^{D_2}$  近

似为 0，理论结果(11)得知系统的 SEP 性能为 1，这是因为此时系统出现了网络编码后信息重叠的现象，这使得目的节点无法恢复源信息。根据文献[7]知，CFNC 方案中目的节点能够检测源信息的前提条件是编码前有序的信息对与编码后的信号存在一一对应的关系，否则检测节点无法恢复源信息。表 2 可以看出，本文的设计方法能避免因为复数域网络编码系数稀疏选择不当而导致网络编码后信息重叠的现象，从而提高系统的 SEP 性能。由表 1 和表 2 可知，当源节点和调制阶数增加时，系统的  $d_{\min}^{D_2}$  值减小，当其增加到一定值时，无论系统的复数域网络编码系数如何设计， $d_{\min}^{D_2}$  值都近似为 0，这说明了采用复数域网络编码在有过多源节点或调制阶数过高时，需要同时考虑采用其他技术，来满足系统可靠传输的要求。

```

输入：源节点个数  $N$ 、调制方式  $A_s$  和搜索步长  $P$ 
 $d = 0$ ;
For  $t_1 = 1 : P$ 
  For  $t_2 = 2 : P$ 
    ...
    For  $t_{N-1} = N-1 : P$ 
      {
         $?_{\text{temp}} = \left[ 1, \exp\left(\frac{2pt_1}{P}\right), \exp\left(\frac{2pt_2}{P}\right), \dots, \exp\left(\frac{2pt_{N-1}}{P}\right) \right]$ 
         $d_{\min}^{D_2} = \min_{\forall x_s \in A_s, x_r \in \mathbb{C}} \| \mathbf{1}_N^T (x - \mathbf{g}) \|_2$ ;
        If  $d < d_{\min}^{D_2}$ 
          {
             $d = d_{\min}^{D_2}$ ;
             $? = ?_{\text{temp}}$ ;
          }
      }
    }
  }
输出：复数域网络编码系数  $?$ 
    
```

图 2 复数域网络编码系数搜索算法(穷举法)

相同源节点个数条件下，随着调制阶数的增加，系

表 2		复数域网络编码系数	
源节点数目	调制方式	网络编码系数	$d_{\min}^D$
2	BPSK	[1, i]	$2\sqrt{E_b^R}$
3	BPSK	[1, 0.809 0 + 0.587 8i, -0.809 0 + 0.587 8i]	$\sqrt{1.527 9 E_b^R}$
4	BPSK	[1, 0.866 0+0.500 0i, i, 0.500 0- 0.866 0i]	$\sqrt{1.071 7 E_b^R}$
5	BPSK	[1, 0.907 8+0.419 3i, -0.889 4+0.457 2i, 0.707 1+0.707 1i, -0.649 4+ 0.760 4i]	$\sqrt{0.492 4 E_b^R}$
2	QPSK	[1, 0.500 0- 0.866 0i]	$\sqrt{1.071 7 E_b^R}$
3	QPSK	[1, 0.953 7+0.300 7i, 0.300 7+ 0.953 7i]	$\sqrt{0.370 3 E_b^R}$
4	QPSK	[1, 0.989 2+0.146 6i, 0.956 6+0.291 4i, -0.819 2- 0.573 6i]	$\sqrt{0.086 4 E_b^R}$

### 4 仿真结果与分析

为了验证本文在非正交 MARC 系统 CFNC 方案的优化设计，本节对相关方案进行仿真研究。仿真考虑对称的 MARC 系统，即  $s_{s,D}^2 = s_{SD}^2 = 1, \forall n$ ，且所有信道均为准静态衰落信道。在仿真结果中，(N, 1, 1)表示非正交 MARC 系统包括 N 个源节点、一个中继节点和一个目的节点，在图 3 和图 4 中，实线表示实验仿真结果，虚线表示高信噪比条件下，式(13)推导的误符号率性能上界。

图 3 描述的是  $s_{RD}^2 = 1$ 、BPSK 调制方式下，不同源节点个数和复数域网络编码系数条件下的 SEP 性能。由图 3 可见，在调制方式相同的条件下，随着源节点个数的增多，系统的 SEP 增大，此结果与表 1 的结论相符合；相同调制方式和源节点个数的条件下，不同的复数域网络编码系数导致系统的 SEP 性能有差别，此结果与表 2 的结论相符合。在高信噪比下，本文给出的复数域网络编码系数优于文献[7]，例如 N=4 时，与文献[7]相比，利用本文的复数域网络编码系数，系统误符号率性能提高了 0.5dB。同时文献[7]没有给出所有源节点个数条件下的复数域网络编码系数(例如 N=5)，只有源节点个数能被 2 和 3 整除时，文献[7]才有相应的系数值，而利用本文给出的最优设计准则，理论上可以得出所有源节点个数条件下的复数域网络编码系数。

图 4 描述的是不同调制方式和复数域网络编码系数条件下，(3,1,1)系统的 SEP 性能。由图 4 可知，

统的 SEP 值增大，此结果与表 1 的结论相符合；相同调制方式和源节点个数的条件下，不同的复数域网络编码系数导致系统的 SEP 性能有差别。由表 1 和表 2 分析可知，当源节点个数为 3、QPSK 调制方式时，采用文献[7]的复数域网络编码会出现网络编码后信息重叠的现象，从而导致目的节点不能从中继节点接收的信号中分离出不同源节点的信息，严重影响系统的性能，特别是当中继-目的链路状况优于源-目的链路状况时，由中继节点网络编码后信息重叠的现象会造成系统 SEP 性能损失的增加。实际仿真也表明，在误符号率为  $2 \times 10^{-4}$  处，与文献[7]相比，当  $s_{RD}^2 = 1$  时，本文给出的复数域网络编码系数可以带来 2.5dB 的增益；当  $s_{RD}^2 = 10$  时，本文给出的复数域网络编码系数的可以带来 7.5dB 的增益，因此，本文优化的复数域网络编码系数能避免网络编码后信息重叠的现象，从而极大地提高了系统的 SEP 性能。

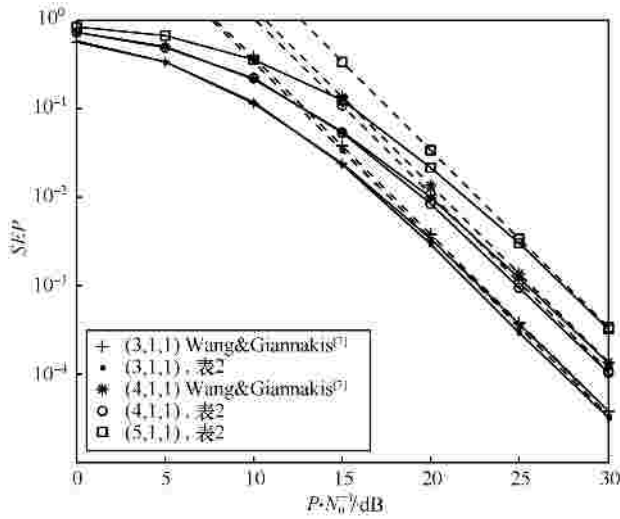


图 3 不同源节点个数和复数域网络编码系数条件下的系统 SEP 性能

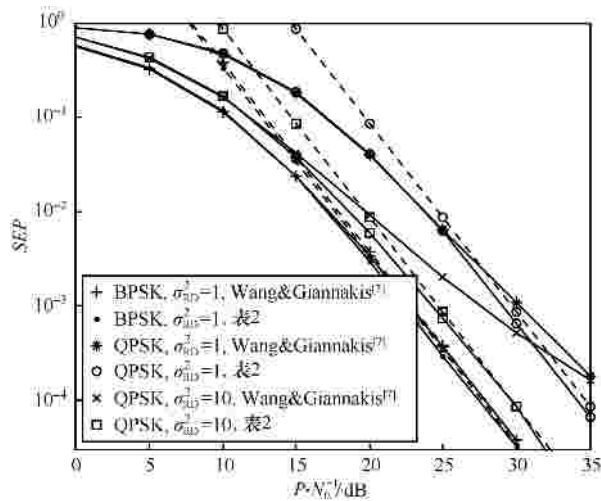


图 4 不同调制方式和复数域网络编码系数条件下, (3,1,1)系统的 SEP 性能

### 5 结束语

本文针对中继译码正确的非正交 MARC 系统, 准确地推导了系统的 SEP 性能上界、分集度和编码增益; 通过在编码增益表达式中引入源端和中继端的最小欧氏距离, 分析了源节点个数、调制方式、复数域网络编码系数和功率分配因子的不同选择对 SEP 性能的影响; 在保证系统满分集的前提下, 通过优化源节点与中继节点间的功率分配及复数域网络编码系数提高了系统的 SEP 性能。本文的主要结论和贡献如下。

1) 推导了单中继非正交 MARC 系统 CFNC 的理论性能。Wang & Giannakis<sup>[7]</sup>侧重研究了复数域网络编码中继系统的分集度, 而本文针对中继译码正确的非正交 MARC 系统, 得到了系统的 SEP 性能

[10] HAYKIN S. Communication System[M]. New York: Wiley, 2001.  
 [11] CANO A, WANG T, RIBEIRO A, et al. Link-adaptive distributed coding for multisource[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2008, 2008(38):1-12.

[12] DING Y, ZHANG J K, WONG K M. The amplify-and-forward half-duplex cooperative system: pairwise error probability and precoder

上界、分集度和编码增益。

2) 分析了系统参数对系统性能的影响方式。本文研究表明, 相同调制方式下, 随着源节点个数的增加, 系统的 SEP 性能变差; 相同源节点个数条件下, 随着调制阶数的增加, 系统的 SEP 性能也随之变差; 优化系统的功率分配因子和复数域网络编码系数可以提高系统的 SEP 性能。

3) 以编码增益为目标函数, 给出了最优功率分配方案。本文研究表明, 在限制源节点和中继节点的总发送功率且各个源节点发送功率相同的条件下, 当多个源节点和中继节点间均分发送功率时, 系统的编码增益最大, 系统的 SEP 性能最小。

4) 对单中继非正交 MARC 系统的 CFNC 系数进行了优化设计, 并给出相应的搜索算法。与文献[7]相比, 本文方法可得到所有源节点条件下的复数域网络编码系数, 并有效地避免了网络编码后信息重叠的现象, 提高了系统的 SEP 性能。

### 参考文献：

[1] NASRI A, SCHOBBER R, UYSAL M. Error rate performance of network-coded cooperative diversity systems[A]. Proc of IEEE Globecom[C]. Miami, Florida, USA, 2010. 1-6.  
 [2] HAUSL C, DUPRAZ P. Joint network-channel coding for the multiple access relay channel[A]. Proc of IEEE Sensor and Ad Hoc Communications and Networks (SECON) '06[C]. Reston, VA, USA, 2006. 817-822.  
 [3] YANG S, KOETTER R. Network coding over a noisy relay: a belief propagation approach[A]. Proc of IEEE ISIT[C]. Nice, France, 2007. 801-804.  
 [4] LI Y, SONG G, WANG L. Analysis of the joint network LDPC codes over orthogonal multi-access relay channel[J]. IEEE Communication Letter, 2010, 14(2):184-186.  
 [5] HATEFI A, VISOZ R, BERTHET A. Joint channel-network turbo coding for the non-orthogonal multiple access relay channel[A]. Proc of IEEE PIMRC'JO[C]. Istanbul, Turkey, 2010. 408-413.  
 [6] YOUSSEF R, GRAELL I, AMAT A. Distributed serially concatenated codes for multi-source cooperative relay networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 10(1): 253-263.  
 [7] WANG T, GIANNAKIS G. Complex field network coding for multi-user cooperative communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(3):561-571.  
 [8] XIAO M, SKOGLUND M. Multiple-user cooperative communications based on linear network coding[J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(12):3345-3352.  
 [9] 王静, 刘向阳, 施玉晨等. 并行中继网络中复数域网络编码的优化设计方案[J]. 电子科技大学学报, 2011, 40(1):512-518.  
 WANG J, LIU X Y, SHI Y C, et al. Optimization design scheme for complex field network coding in networks with parallel relays[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2011, 40(1): 512-518.

tion for nonregenerative OFDM relay links[A]. IEEE International Conference on Communications[C]. Istanbul, Turkey, 2006.4463-4468.

- [15] YU W, LUI R. Dual methods for nonconvex spectrum optimization of multicarrier systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communication, 2006, 54(7): 1310-1322.
- [16] DANG W B, TAO M X, MU H. Subcarrier-pair based resource allocation for cooperative multi-relay OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communication, 2010, 9(5):1640-1649.
- [17] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex Optimization[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.



吴宣利 (1980-), 男, 满族, 黑龙江哈尔滨人, 博士, 哈尔滨工业大学讲师, 主要研究方向为超宽带无线通信、变换域通信系统、协作通信。



沙学军 (1966-), 男, 回族, 黑龙江齐齐哈尔人, 哈尔滨工业大学教授、博士生导师, 主要研究方向为自组网协议、宽带无线接入、变换域通信、协作通信。

#### 作者简介:



卢为党 (1984-), 男, 浙江宁波人, 博士, 浙江工业大学讲师, 主要研究方向为协作通信技术、OFDM 资源分配、认知无线电、无线通信等。



张乃通 (1934-), 男, 江苏扬州人, 哈尔滨工业大学教授、博士生导师, 主要研究方向为超宽带通信技术、卫星通信、C4I 通信系统、专用移动通信系统和协作通信等。

#### (上接第 73 页)

design[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(2): 605-617.

- [13] MEYER C D. Matrix Analysis and Applied Linear Algebra Society for Industrial and Applied Mathematics[M]. Siam: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001.



范平志 (1955-), 男, 四川成都人, 博士, 西南交通大学教授、博士生导师, 主要研究方向为扩频与码分多址理论、无线资源管理、超宽带无线通信、调制编码与序列设计、蜂窝无线定位、数字集群移动通信、网络与信息安全、多用户信息理论。

#### 作者简介:



蔡曦 (1983-), 女, 陕西咸阳人, 西南交通大学博士生, 主要研究方向为协作通信技术、物理层网络编码和多用户检测算法等。



陈庆春 (1973-), 男, 重庆人, 博士, 西南交通大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信、信息论与编码、信道估计和无线传感器网络等。